

以下に示す線形常微分方程式に関する問いに答えよ。ただし、初期値等の必要な定数は任意に決めて良いものとする。

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}, \quad \boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -6 & -4 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

- (1) $\det|\boldsymbol{A}|$ を求めよ。
- (2) \boldsymbol{A} の逆行列を求めよ。
- (3) \boldsymbol{A} の固有値を求めよ。
- (4) \boldsymbol{A} の固有ベクトルを求めよ。
- (5) x_1 および x_2 の一般解を求めよ。

受験番号

(1) $\det|A| = -4 //$

(2) $A^{-1} = -\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$

(3) $\det(A - \lambda I) = 0 \Leftrightarrow \lambda = \pm 2 //$

(4) i) $\lambda = -2$ のとき,

$$(A + 2I)x = 0 \rightarrow \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -6 & -2 \end{pmatrix} x = 0 \rightarrow 6x_1 + 2x_2 = 0 \therefore x_1 = -\frac{1}{3}x_2$$

$$\therefore \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \\ 1 \end{pmatrix} //$$

ii) $\lambda = 2$ のとき,

$$(A - 2I)x = 0 \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -6 & -6 \end{pmatrix} x = 0 \rightarrow 2x_1 + 2x_2 = 0 \therefore x_1 = -1$$

$$\therefore \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} //$$

(5)
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 e^{-2t} \\ \alpha_2 e^{2t} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -\frac{1}{3}\alpha_1 e^{-2t} - \alpha_2 e^{2t} \\ \alpha_1 e^{-2t} + \alpha_2 e^{2t} \end{pmatrix} //$$

* α_1, α_2 は任意定数.

受験番号

総点

専門科目〔電気電子回路〕 1 / 1

問1 図1は4つの抵抗器と2つの電流源を接続した回路であり、抵抗器の抵抗値と電流源の出力電流は図に示したとおりである。 I_1 , I_2 , I_3 は各線路を流れる電流である。以下の問いに答えなさい。

- (1) $I_1 = 2\text{ A}$ であるとき、上の抵抗器の抵抗 r の値を求めなさい。導出過程も示すこと。
- (2) (1)のとき、 I_2 と I_3 の値を求めなさい。導出過程も示すこと。

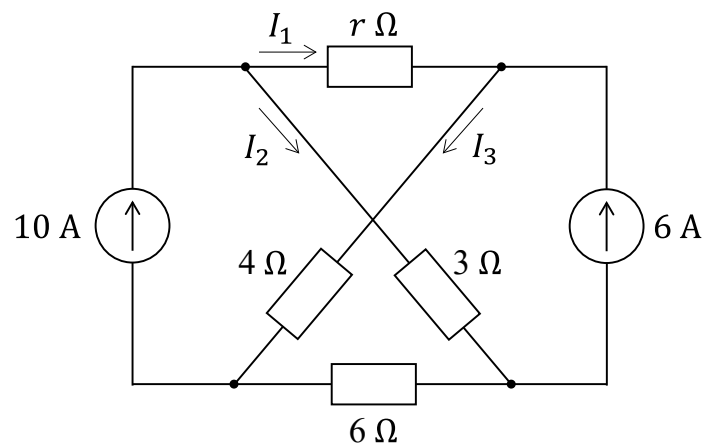


図1

問2 図2においてオペアンプは理想オペアンプであるとする。 R_1, R_2, R_3 は抵抗器の抵抗である。この回路において、入力電圧 v_1, v_2 と出力電圧 v_0 との関係が次式となることを証明しなさい。

$$v_0 = \left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right)(v_2 - v_1)$$

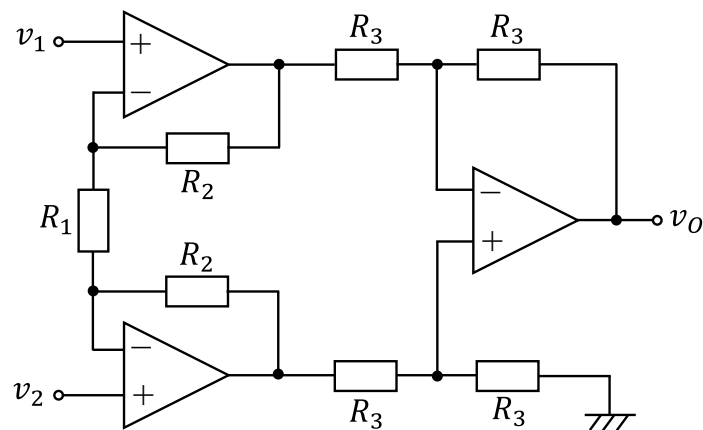


図2

受験番号

解答例

問 1

(1) 重ねの理を用いて求める。

右側の電流源を開放したときに上の抵抗を流れる電流を I_{a1} とすると次式が成り立つ。

$$I_{a1} = \frac{3+6}{(r+4)+(3+6)} \times 10 = \frac{90}{r+13}$$

同様に、左側の電流源を開放したときに上の抵抗を流れる電流を I_{b1} とすると、右向きを正とすることを考慮して、次式が成り立つ。

$$-I_{b1} = \frac{4+6}{(r+3)+(4+6)} \times 6 = \frac{60}{r+13}$$

以上より、

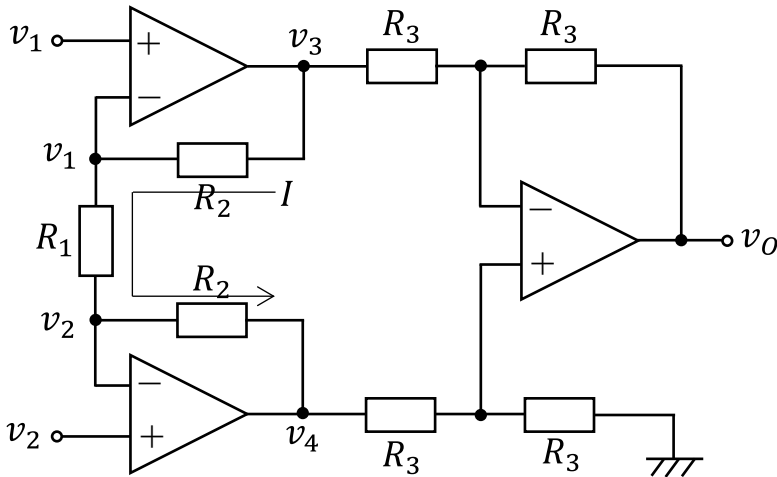
$$I_1 = I_{a1} + I_{b1} = \frac{30}{r+13} = 2 \quad \rightarrow \quad r = 2 \Omega$$

(2)

$$I_1 + I_2 = 10 \quad \rightarrow \quad I_2 = 10 - I_1 = 10 - 2 = 8 \text{ A}$$

$$I_1 + 6 = I_3 \quad \rightarrow \quad I_3 = I_1 + 6 = 2 + 6 = 8 \text{ A}$$

問2



図のように電流 I 、電圧 v_3 、 v_4 を置く。

R_1 の抵抗の上端および下端の電圧はオペアンプが負帰還であるため仮想短絡していることにより、それぞれ v_1 、 v_2 となる。よって、 R_1 の抵抗を流れる電流 I は以下と表せる。

$$I = \frac{v_1 - v_2}{R_1}$$

左上および左下のオペアンプの出力電圧はそれぞれ v_3 、 v_4 であり、以下と表せる。

$$v_3 = R_2 I + v_1$$

$$v_4 = -R_2 I + v_2$$

右のオペアンプでは、仮想短絡しているため次式が成り立つ。

−側入力電圧 = +側入力電圧

$$v_3 + \frac{1}{2}(v_0 - v_3) = \frac{1}{2}v_4 \quad \rightarrow \quad v_0 = v_4 - v_3$$

以上の4つの式を整理すると以下となる。

$$v_0 = -R_2 I + v_2 - (R_2 I + v_1) = v_2 - v_1 - 2R_2 \left(\frac{v_1 - v_2}{R_1} \right) = \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \right) (v_2 - v_1)$$

以上より、与式が成立する。

2026年度 岡山理科大学大学院 修士課程一般入試 (I期)
理工学研究科 システム科学専攻 電子工学コース
専門科目：制御工学

問題意図：制御工学において、基礎知識を問う問題である。

1. 問題1では、安定性判別、伝達関数から状態方程式の導出、推移行列および単位フィードバック系・最終値定理の理解が求められている。ただし、各問においては、必要な計算過程について適切にヒントを記載しているので、十分に理解している受験者にとっては解きやすくなっている。
2. 問題2では、状態観測器（オブザーバ）の意味・必要性が分かっている受験者にとっては解きやすいものである。そのために、問題中に解法の流れまでも記している。

回答例：

1. 次の伝達関数について、以下の問いに答えよ。

$$Y(s) = \frac{1}{s^2 + 2s} U(s)$$

- (a) 伝達関数の安定性を判別せよ。

本システムの極は、 $s_1 = 0, s_2 = -2$ である。零極のためシステムは眼界安定である。

- (b) $y(t)$ と $u(t)$ の関係を表す微分方程式を求めよ。

$$\begin{aligned} s^2 Y(s) + 2sY(s) &= U(s) \leftarrow \text{ラプラス逆変換をする。} \\ \dot{y}(t) + 2y(t) &= u(t) \end{aligned}$$

- (c) 問1b)において、状態変数を設定して、状態方程式 $\dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) + \vec{b}u(t)$, $y = \vec{c}\vec{x}(t)$ を求めよ。状態変数は、 $y(t) = x_1(t)$, $\dot{y}(t) = x_2(t)$ とし、上記微分方程式に代入して、状態方程式を構成する。

$$\begin{aligned} \dot{x}_2(t) + 2x_2(t) &= u(t) \\ \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -2x_2(t) + u(t) \\ \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

- (d) 問1c)の行列 A について、推移行列 $e^{At} = \mathcal{L}^{-1}\{(sI - A)^{-1}\}$ を求めよ。

$$\begin{aligned} e^{At} &= \mathcal{L}^{-1}\{(sI - A)^{-1}\} \\ &= \mathcal{L}^{-1}\left\{\begin{bmatrix} s & -1 \\ 0 & s+2 \end{bmatrix}^{-1}\right\} \\ &= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s(s+2)} \begin{bmatrix} s+2 & 1 \\ 0 & s \end{bmatrix}\right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{2s} - \frac{1}{2(s+2)} \\ 0 & \frac{1}{s+2} \end{bmatrix} \right\} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-2t} \\ 0 & e^{-2t} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

(ヒント: $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \right\} = 1, \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s+a} \right\} = e^{-at}$)

(e) 図1に示す単位フィードバック系に対して、 $R(s)$ から $Y(s)$ までの伝達関数を求め、最終値定理より $y(t)$ の定常値 $y(\infty)$ を求めよ。ただし、フィードバックシステムの入力 $R(s)$ は、ステップ関数 $\left(R(s) = \frac{1}{s} \right)$ とする。

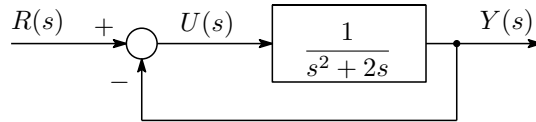


図1: 問題1eのブロック線図

図1中のブロックの伝達関数を $G(s)$ で表すと、閉ループの伝達関数は $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)}$ となる。伝達関数に $G(s)$ と $R(s)$ を代入し最終値定理を用いると、

$$\begin{aligned}
y(\infty) &= \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{\frac{1}{s(s+2)}}{1 + \frac{1}{s(s+2)}} \\
&= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \\
y(\infty) &= 1
\end{aligned}$$

2. 制御対象 $\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + \vec{b}u(t)$, $y = \vec{c}\hat{x}(t)$ において、入力 $u(t)$ と出力 $y(t)$ しか測定できないとき、状態フィードバックを行うため、状態変数を推定する状態観測器(オブザーバ) $\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + \vec{b}u(t) - \vec{k}(\vec{c}\hat{x}(t) - \vec{c}\hat{x}(t))$ を構成した。推定誤差 $\vec{e}(t) = \hat{x}(t) - \vec{x}(t)$ を表す系を求め、誤差が $\vec{e}(t) \rightarrow 0$ となって、状態変数が推定できるための条件を求めよ。

$$\begin{aligned}
\dot{\vec{x}}(t) &= A\vec{x}(t) + \vec{b}u(t) \leftarrow \text{制御対象の状態方程式} \\
\dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + \vec{b}u(t) - \vec{k}(\vec{c}\hat{x}(t) - \vec{c}\vec{x}(t)) \leftarrow \text{オブザーバの状態方程式} \\
\dot{\vec{e}}(t) &= \dot{\hat{x}}(t) - \dot{\vec{x}}(t) \leftarrow \text{状態誤差を定義する。} \\
\dot{\vec{e}}(t) &= A\hat{x}(t) + \vec{b}u(t) - \vec{k}(\vec{c}\hat{x}(t) - \vec{c}\vec{x}(t)) - A\vec{x}(t) + \vec{b}u(t) \\
&= A(\hat{x}(t) - \vec{x}(t)) - \vec{k}\vec{c}(\hat{x}(t) - \vec{x}(t)) \leftarrow \text{誤差の微分方程式} \\
\dot{\vec{e}}(t) &= (A - \vec{k}\vec{c})\vec{e}(t) \tag{1}
\end{aligned}$$

(1)の解は

$$\vec{e}(t) = \exp[(A - \vec{k}\vec{c})t]\vec{e}(0) \tag{2}$$

となる。よって、 \vec{k} により $A - \vec{k}\vec{c}$ が安定な行列にすれば、どんな初期推定誤差 $\vec{e}(0)$ に対しても $\lim_{t \rightarrow \infty} \vec{e}(t) = 0$ となる。

¹最終値定理: $y(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s)$

模範解答

1. 命令フェッチ→命令デコードとレジスタファイル読み出し→実行とアドレス生成→メモリアクセス→書き込みの順となる。

2. 主記憶のアクセス時間を x とすると、キャッシュメモリのアクセス時間は $x/30$ と表される。このとき、キャッシュメモリのヒット率が 90% であることから、実効アクセス時間 T は、 $T=0.9 \times x/30 + 0.1 \times x$ となる。この式を整理すると、 $T=0.13x$ となるので、実効アクセス時間は主記憶のアクセス時間の 0.13 倍である。

3.

装置 X の稼働率が α であるので、①～④の各システム稼働率は、次の通りとなる。① α 、② $1-(1-\alpha)^2$ 、③ $\alpha\{1-(1-\alpha)^2\}$ 、④ $1-(1-\alpha^2)^2 = 2\alpha^2 - \alpha^4$ である。 $0 < \alpha < 1$ であることから、② $>$ ① $>$ ③ は自明である。また、同じ並列系であるので、② $>$ ④ も自明である。さらに、③ および ④ はそれぞれ、 $\alpha^2(2-\alpha)$ および $\alpha^2(2-\alpha^2)$ と変形できることから、④ $>$ ③ であることも分かる。そこで、④-① = β とすると、 $\beta = \alpha(2\alpha - \alpha^3 - 1) = -\alpha(\alpha - 1)(\alpha^2 + \alpha - 1)$ となる。 $0 < \alpha < 1$ において、方程式 $\beta = 0$ は、ただ1つの解 ($\alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$) をもち、その前後で、 β の正負が反転する。以上から、 $\alpha > \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ のとき、② $>$ ④ $>$ ① $>$ ③、 $\alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ のとき、② $>$ ④ = ① $>$ ③、 $\alpha < \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ のとき、② $>$ ① $>$ ④ $>$ ③ となる。

4. 8MHz のクロックパルスを 16 分周することで、500KHz のクロックパルスが生成される。

このクロックパルスで、ダウンカウンタが動作するので、セットした 50 が 0 となるには 50 クロックが必要である。よって、500KHz のクロックパルスが 50 個分の期間であるので、0.1ms となる。

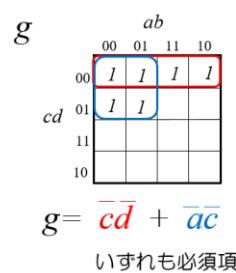
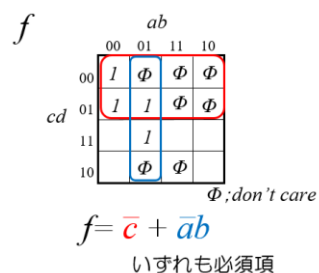
5. 一例として、

```
int min(int a, int b, int c)
{ int z;

  if (a > b)
    if (b > c) z = c;
    else z = b;
  else if (a > c) z = c;
  else z = a;

  return z;
}
```

6.



受験番号	総点

2025年度 岡山理科大学大学院 修士課程一般入試（I期）
理工学研究科 システム科学専攻 電子工学コース（問題・解答用紙）
専門科目〔 電子物性工学 〕 1/1

1. シリコン単結晶に光を照射したとき発生する現象について、次の問いに答えなさい。ただし、プランク定数を $6.6 \times 10^{-34}[\text{Js}]$ 、電気素量を $1.6 \times 10^{-19}[\text{C}]$ として計算しなさい。
- (1) 光を照射したときシリコン単結晶の電気伝導率が変化した。その理由を説明しなさい。
 - (2) シリコンのエネルギーギャップを 1.12eV として、上記現象が発生する限界波長を求めなさい。
 - (3) 光を照射後、電気伝導率が元の状態に戻った。この過程でどのような現象が起きているのか説明しなさい。

解答例

- (1) 光エネルギーの吸収によって電子-正孔対が生成され、結晶内の移動可能な電荷キャリアの総数が増加するために生じる。
 - (2) $\lambda_c = 1105\text{nm}$
 - (3) 過剰な電子と正孔が、主に結晶欠陥などを介した非発光再結合によって消滅し、そのエネルギーを熱として放出する過程を経るためである。
2. 磁性体コアにコイルを巻き電流を流した。次の問いに答えなさい。
- (1) コイルに直流電流を流し、その大きさを徐々に大きくしていくとコアの磁化率が低下した。その理由について説明しなさい。
 - (2) 交流電流の振幅を大きくするとコアの発熱量が増加した。交流電流の振幅と発熱量の関係について説明しなさい。
 - (3) 交流電流の周波数を大きくすると発熱量が増加した。交流電流の周波数と発熱量の関係について説明しなさい。

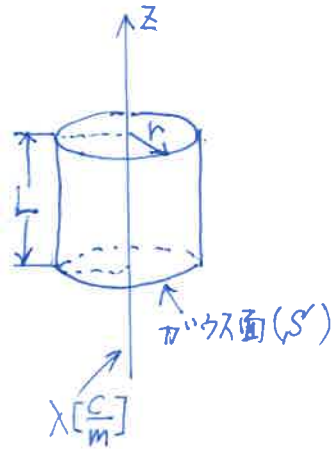
解答例

- (1) コア材料が磁気飽和に近づき、それ以上磁化されにくくなったためである。
- (2) 交流電流の振幅を大きくすると、磁場 H の振幅が大きくなり、その結果、サイクルあたりのヒステリシス損が増加し、発熱量が増える。したがって、磁場 B が磁場 H に比例する領域では電流の2乗程度に比例して増加すると考えられる。(ただし、渦電流損は無視した。)
- (3) ヒステリシス損失はループの回数に比例して増加するため、単位時間当たりの損失は周波数に比例して増大する。(ただし、渦電流損は無視した。)

受験番号	総点

1. 無限に長い直線上に分布した電荷が真空中(真空の誘電率: ϵ_0 [F/m])にあるとする. 単位長さあたりの電荷密度を λ [C/m]とする. このときの電場と電位を求めよ.

(解答例)



図のような半径 r ,長さ L の円筒形の領域にガウスの法則を適用すると,電場 E は円筒の側面に対して垂直で一定であることがわかる。

一方,側面以外の端面に対して平行である。

真空中のガウスの法則は

$$\oint_{\text{円筒面}} \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dS = \frac{\lambda L}{\epsilon_0} \quad \text{より}$$

$$2\pi r L E = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$\therefore E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad \left\{ \begin{array}{l} \lambda > 0 \text{ の場合, 電場の} \\ \text{向きは } z \text{ 軸の遠くから方向で} \\ r > 0 \end{array} \right.$$

電位の基準を $r \rightarrow \infty$ にあくと $\phi = -\int_{\infty}^r E dr'$

$$= -\int_{\infty}^r \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r'} dr'$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} [\ln r']_r^{\infty}$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} (\ln \infty - \ln r)$$

よって, ϕ の基準を無限遠にとると, r に無関係に ϕ は無限大に発散する。

これは電荷分布が無限遠まで広がっているとしたに起因した結果である。

なお, 有限距離間の電位差は求まることかできる。

例えば, z 軸からの距離 r_1, r_2 ($r_1 < r_2$) とすると, その間の電位差は

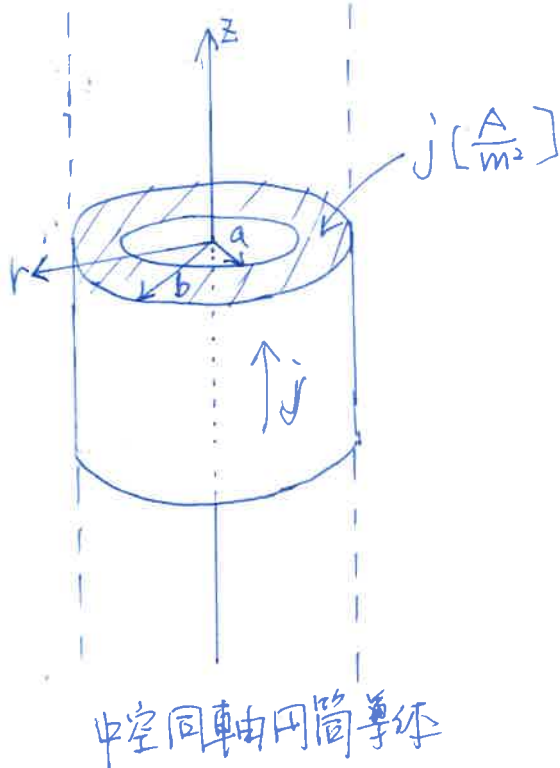
$$\phi(r_2) - \phi(r_1) = -\int_{r_2}^{r_1} E dr' = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} [\ln r']_{r_1}^{r_2}$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

と求まる。

受験番号

2. 外径 b [m], 内径 a [m] の無限に長い中空共軸円筒導体に電流密度 j [A/m²] が一様に流れている。真空の透磁率を μ_0 [H/m] とし、磁束密度と磁場の大きさを求めよ。



題意より、図に示すように、電流は z 方向に ($a < r < b$ の領域に分布) 一様に流れている。

系の対称性から、磁場は半径 r の円周に沿って一定値になるので、円筒の軸 (z 軸) を中心とする半径 r の円に沿ってアンペールの法則を適用する。

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I(S), \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$$

よって

$$H \cdot 2\pi r = I(S) \text{ より } H = \frac{I(S)}{2\pi r}$$

閉曲線 C の内側の領域 S を貫く電流和

以下 $I(S)$ を領域別に求める。

(i) $r < a$ (中心空洞内)

$$I(S) = 0 \text{ より } H_1 = \frac{0}{2\pi r} = 0, \quad B_1 = \mu_0 H_1 = 0$$

(ii) $a < r < b$ (導体内)

$$I(S) = j \times (\text{導体内部の面積}) = j(\pi r^2 - \pi a^2)$$

$$\text{よって } H_2 = \frac{j\pi(r^2 - a^2)}{2\pi r} = \frac{j}{2} \left(r - \frac{a^2}{r} \right), \quad B_2 = \mu_0 H_2 = \frac{\mu_0 j}{2} \left(r - \frac{a^2}{r} \right)$$

(iii) $r > b$ (導体外)

$$I(S) = j(\pi b^2 - \pi a^2)$$

$$\text{よって } H_3 = \frac{j\pi(b^2 - a^2)}{2\pi r} = \frac{j}{2r} (b^2 - a^2)$$

$$B_3 = \mu_0 H_3 = \frac{\mu_0 j}{2r} (b^2 - a^2)$$

受験番号	総点